A 問題

曲線 $C: y=x^2$ 上の点を P とする．ただし P の x 座標は正とする．点 P における C の接線を l，点 P を通り l に垂直な直線を m とする．直線 m と曲線 C が P とは異なる交点をもつとき，その点を Q とする．点 P が曲線 C 上を動くとき，以下の問に答えよ．

(1) 点 Q における C の接線を n とし，l と n との交点を R とする．

点 R の座標を $(p,\ q)$ とするとき，$q=\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}\,p^2}+\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ が成り立つ．

(2) 曲線 C と線分 PQ で囲まれる部分の面積の最小値は $\dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$ であり，そのときの点 P，Q の座標は $\mathrm{P}\left(\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}},\ \dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}\right)$，$\mathrm{Q}\left(\dfrac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}},\ \dfrac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}\right)$ である．

A 問題解答

(1) $q=\dfrac{-1}{16p^2}+\dfrac{-1}{2}$

(2) S は，$t=\frac{1}{2}$ のとき最小値 $\dfrac{4}{3}$ をとり，$\mathrm{P}\left(\dfrac{1}{2},\ \dfrac{1}{4}\right)$，$\mathrm{Q}\left(\dfrac{-3}{2},\ \dfrac{9}{4}\right)$ である．

B 問題

点 P$(a,\ b)$ から曲線 $y=x^3-x$ に対し，傾きが 2 以下の接線が 3 本引ける．このような点 P の存在範囲を S とする．

(1) S を図示せよ．
(2) S の面積を求めよ．

2017 一橋大学

B 問題解答

（1）略　　　　（2）$\dfrac{1}{6}$